

## Aktivitet:

### Introduktion till derivata

Yulia tävlar i simhopp. Hennes hopp från 10-meterstorn följer en bana som beskrivs av följande funktion:

$$y = f(x) = -9x^2 + 6x + 10$$

där  $y$  är Yulias höjd över vattnet (i meter)  
 $x$  är tiden efter hon lämnat brädan (i sekunder)

- När slår Yulia i vattnet?
- Med vilken hastighet slår Yulia i vattnet?

#### Fråga a)

- 1) I Matte 2-kursen (Aktiviteten till 2:a gradsekvationer) besvarade vi denna fråga genom att ställa upp en värdetabell till funktionen:

$$y = -9x^2 + 6x + 10$$

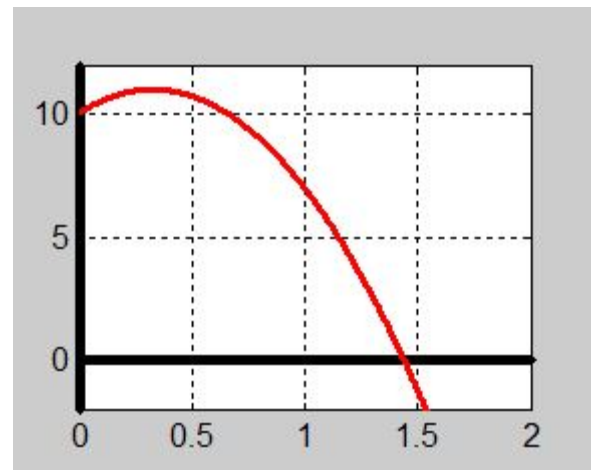
<b>x</b>	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
<b>y</b>	10	10,84	10,96	10,36	9,04	7	4,24	0,76	-3,44

- 2) Sedan ritade vi med hjälp av värdetabellen grafen till denna funktion och läste av kurvans skärningspunkt med  $x$ -axeln, dvs den grafiska lösningen till ekvationen:

$$-9x^2 + 6x + 10 = 0$$

När slår Yulia i vattnet?

Svar: \_\_\_\_\_



#### Fråga b)

#### Gör så här:

- 3) Bilda för varje 

<b>x =</b>	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
------------	---	-----	-----	-----	-----	---	-----	-----

 följande uttryck:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{eller} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Uttrycket kallas:

**Genomsnittlig förändringshastighet**

Välj  $h = 0,2$

T.ex. kan du beräkna  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  för  $x = 0$  med hjälp av uttrycket ovan:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{f(0+0,2) - f(0)}{0,2} = \frac{f(0,2) - f(0)}{0,2} = \frac{10,84 - 10}{0,2} = \frac{0,84}{0,2} = 4,2$$

4,2 m/sek är Yulias genomsnittliga hastighet i tidsintervallet mellan  $x=0$  och  $x=0,2$ .

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$  är Yulias genomsnittliga hastighet i m/sek i tidsintervallet mellan  $x$  och  $x + h$ .

- 4) Beräkna  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  för alla andra  $x$ -värden på samma sätt som ovan med hjälp av uttrycket i punkt 3. Infoga resultaten i följande **ny värdetabell**:

$x$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	4,2							

- 5) Rita på rutat papper ett koordinatsystem med  $x$  som horisontell och  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  som vertikal axel. Välj följande för axlarnas min/max-värden:

$$x_{\min} = 0 \quad x_{\max} = 1,6 \quad \text{på } x\text{-axeln}$$

och 
$$\frac{\Delta y}{\Delta x}_{\min} = -25 \quad \frac{\Delta y}{\Delta x}_{\max} = 5 \quad \text{på } \frac{\Delta y}{\Delta x}\text{-axeln}$$

- 6) Pricka in  $x$ - och  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ -värdena från den nya värdetabellen som punkter i koordinatsystemet. Förbind punkterna med varandra. Vilken typ av graf får du?

**Svar:** \_\_\_\_\_

- 7) Läs av från grafen du ritade i punkt 6:

Vilket värde har  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  vid den tidpunkt  $x$  då Yulia slår i vattnet? Hämta tidpunkten från punkt 2.

**Svar:** \_\_\_\_\_

Fysikalisk tolkning:

## Derivata = Hastighet

Svaret i punkt 7 är Yulias *genomsnittliga hastighet* i tidsintervallet kring den tidpunkt då Yulia slår i vattnet. Samtidigt är detta ett närmevärde till den exakta hastigheten med vilken Yulia slår i vattnet.

Detta närmevärde kan förbättras genom att välja en mindre *steglängd h*.

Yulias *exakta hastighet* fås när  $h \rightarrow 0$  och kallas *derivatan*.

Geometrisk tolkning:

## Derivata = Lutning

8) Läs av från den nya värdetabell du beräknade i punkt 4:

Vilket värde har  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  vid tidpunkten  $x = 1$  ?

Svar: \_\_\_\_\_

9) Ställ upp ekvationen till den räta linje som går genom punkten (1, 7) och har den lutning du fick fram som svar i punkt 8. (standarduppgift i Matte 2-kursen).

10) Rita med grafräknaren följande grafer i samma koordinatsystem:

- Grafen till den funktion som beskriver Yulias bana:  $y = -9x^2 + 6x + 10$
- Grafen till den räta linjens ekvation du ställde upp i punkt 9.

Vad observerar du? Tolka resultatet.