

# Diagnosprov i Matte 3

## Kap 3 Användning av derivata

Namn: \_\_\_\_\_

Klass: \_\_\_\_\_

### Regler:

- Svar utan uträkningar ger inga poäng.\*
- Uträkningarna ska vara läsliga, förståeliga och strukturerade.
- Det är tillåtet att använda kalkylator.
- Provtiden är 90 minuter.

---

\* Gäller endast de frågor där det krävs mellanräkning.

1. Är funktionen  $f(x) = 5x^3 + 7x^2 - 8x^9 + 72x$  växande eller avtagande för  $x = -1$ ?

\*\*\*\*\*

2. Är funktionen  $f(x) = 180e^x - e^{5x}$  växande eller avtagande för  $x = 0,9$ ?

\*\*\*\*\*

3. Undersök med hjälp av derivatan för vilka x-värden funktionen  $f(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 2$  är växande respektive avtagande.

\*\*\*\*\*

4. Använd följande teckentabell för att ange eventuella maximi- och minimipunkter för  $f(x)$ .

$x$		-1		0	
$f(x)$		3		2	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

\*\*\*\*\*

5. Låt  $y = 3x^2 - 6x + 7$

Bestäm med hjälp av derivatan funktionens minimivärde.

\*\*\*\*\*

6. Vilket eller vilka av följande alternativ innebär att  $f(x)$  har en maximipunkt i (2, 5)?

a)  $f(2) = 5$  ;  $f'(2) = 0$  ;  $f''(2) = 3$

b)  $f(5) = 2$  ;  $f'(5) = 0$  ;  $f''(5) = 0$

c)  $f(2) = 5$  ;  $f'(2) = 0$  ;  $f''(2) = -3$

d)  $f(2) = 5$  ;  $f'(2) = 0$  ;  $f''(5) = -2$

\*\*\*\*\*

7. Värdet (i kronor) av en viss aktie varierar enligt formeln

$$V(t) = 0,02t^2 - 0,8t + 180, \text{ där } t = \text{antalet dagar efter årsskiftet.}$$

Bestäm aktiens minsta värde.

\*\*\*\*\*

8. Några anställda vid ett företag, som säljer innebandyklubbor, har undersökt företagets kostnader i samband med inköp och lagerhållning. Om de köper in många klubbor vid varje tillfälle blir det få inköpstillfällen. Detta leder bland annat till låga administrativa kostnader men höga lagerkostnader. Om de istället köper in ett mindre antal klubbor vid varje tillfälle leder detta till fler inköpstillfällen. Företaget får då högre administrativa kostnader men istället lägre lagerkostnader. De kom fram till att den totala årskostnaden  $K(x)$  för  $100 \leq x \leq 300$  kan beskrivas med formeln  $K(x) = 0,05x^2 - 15x + 4125$  där  $K(x)$  är den totala årskostnaden i kronor och  $x$  är antalet innebandyklubbor företaget beställde vid varje inköpstillfälle. Hur många innebandyklubbor ska företaget beställa per inköpstillfälle för att den totala årskostnaden ska bli så liten som möjligt.



\*\*\*\*\*

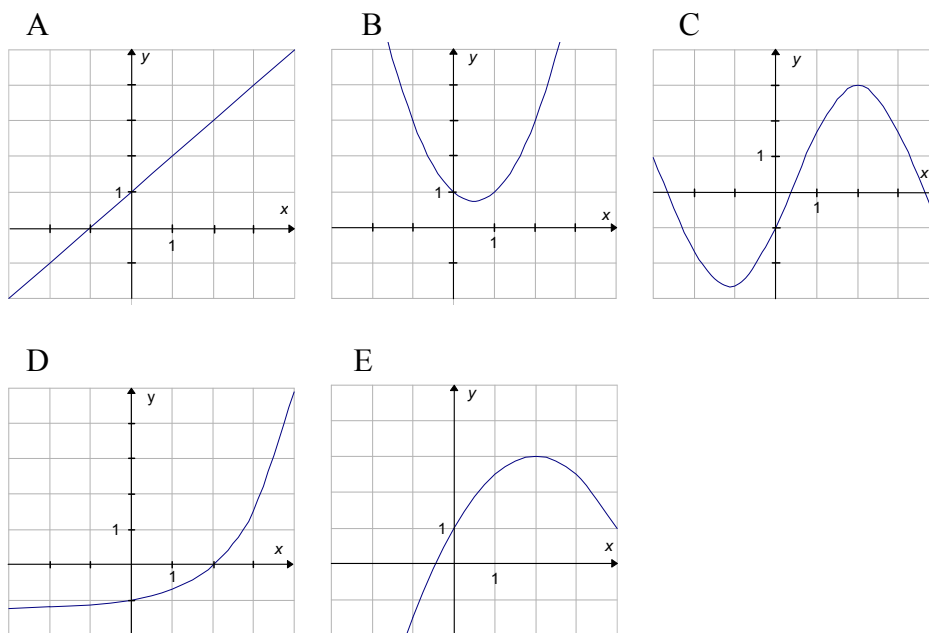
9. Ett företag som säljer fiskespön till sportaffärer i hela Sverige genererar ett överskott  $V$  tusen kronor enligt  $V(t) = 28 + 9t^2 + 48t - t^3$ , där  $t =$  antalet månader ( $t > 0$ ). När är överskottet som störst och hur stort är det då?

\*\*\*\*\*

10. Funktionerna  $f$ ,  $g$  och  $h$  har följande egenskaper:

- $f(2) = 3$  och  $f'(0) = 1$
- $g$  är växande för alla värden på  $x$  och  $g(0) = -1$
- $h'(2) = 0$  och  $h(0) = 1$

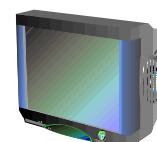
Graferna till var och en av funktionerna  $f$ ,  $g$  och  $h$  finns bland nedanstående grafer. Ange för varje funktion vilken dess graf är. *Endast svar erfordras.*



\*\*\*\*\*

11. En TV-återförsäljare ska med en speciell kampanj sälja en TV-modell för 4500 kr/st. Inköp, lagerkostnader, reklamkampanjer och andra utgifter gör att omkostnaderna i kronor kan beräknas enligt  $K(x) = 8x^2 + 1400x + 26400$ , där  $x =$  antalet sålda TV-apparater.

- Hur många TV-apparater bör säljas för att vinsten ska bli maximal?
- Bestäm den maximala vinsten.



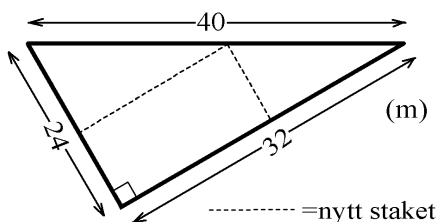
12. En exklusiv nattklubb har 10 000 betalande gäster per månad. Ägaren, en f.d. matematiklärare, funderar på att höja inträdesavgiften som för närvarande är 120 kronor. Han tvekar dock eftersom erfarenheter från andra nattklubbar visar att varje höjning av inträdet med en krona medför att man förlorar 40 gäster per månad.
- Ställ upp en funktion  $I(x)$  för intäkterna per månad från inträdesavgifterna, där  $x$  är den planerade höjningen av inträdesavgiften per gäst.
  - Med hur många kronor ska ägaren höja inträdesavgiften om han vill maximera intäkterna?
  - Bestäm de maximala intäkterna per månad efter höjningen av inträdesavgiften.

\*\*\*\*\*

13. Av  $550 \text{ cm}^2$  plåt ska man tillverka lådor som har formen av rätblock med en kvadratisk botten men utan lock. Bestäm den maximala volymen hos en sådan låda. Svara i liter med 2 decimaler.

\*\*\*\*\*

14. Nedanstående ritning visar hur en triangulär tomt ska styckas till tre olika tomter. Hur många meter staket går det åt för att göra styckningen om man vill att den rektangulära tomten ska ha så stor area som möjligt?



\*\*\*\*\*

15. En patient med hjärtfel har fått konstgjorda hjärtklaffar inopererade. Medan hjärtklaffarna håller på att stängas kan trycket i halspulsådern beskrivas enligt modellen:

$$P = 95 \cdot e^{-0,65 \cdot t}$$

där  $P$  är trycket i enheten mm Hg och  $t$  är tiden i sekunder från det att hjärtklaffarna börjar stängas.

- Beräkna trycket efter 0,2 sekunder. *Endast svar fordras*
- Bestäm  $P'(0,1)$
- Vad säger  $P'(0,1)$  om trycket i halspulsådern?

Tillverkaren har sagt att det ska ta högst 0,5 sekunder för de konstgjorda klaffarna att stängas. Klaffarna har stängts när trycket har sjunkit till 70 mm Hg.

- Hur lång tid tar det för klaffarna att stängas för denna patient?

\*\*\*\*\*

*Lycka till!*